

VEDSKA MATEMATIKA

(Trikovi lakšeg računanja)



Rješavanje u jednom redu

- Kako izračunati troznamenkasti broj pomnožen s troznamenkastim brojem ($997 \cdot 989$) i to bez upotrebe papira i olovke? ;)
- Uz pomoć vedske matematike ovakav zadatak možemo izračunati u samo ... 5 do 10 sekundi!!!! Upravo tako i to možemo napraviti bez papira i olovke!!!

Hm .. $997 \cdot 989$



$=986033$

Crtice iz povijesti

- vedska matematika, kao što samo ime govori potječe iz Veda, staroindijskih tekstova.
- Veda → Vid - (neograničeno znanje, spoznaja)
- postupke i principe staroindijskih naroda otkrio je i razvio
- Sri Bharati Krishna Tirtha Maharaj (1884-1960) te napisao u knjizi *Vedic Mathematics or sixteen simple mathematical formulae form Vedas.*
- samo uvod u vedsku matematiku

- Postoji 16 pravila ili sutra te 13 pod-pravila ili sub-sutra koja nam služe kao upute pri računanju.

1. एकाधिकेन पूर्वेषु <i>Ekādhikena Pūrveṣu</i> (also a corollary)	9. चलनकलनाभ्याम् <i>Calana-Kalanābhyām</i>	1. आनुरूप्येण <i>Anurūpyeṇa</i>	8. अन्त्ययोर्दशकेऽपि <i>Antyayordaśake'pi</i>
2. निखिलं नवतश्चरमं दशतः <i>Nikhilaṃ Navataścaramaṃ Daśataḥ</i>	10. यावदूनम् <i>Yāvadūnam</i>	2. शिष्यते शेषसंज्ञः <i>Śiṣyate Śeṣasaṃjñāḥ</i>	9. अन्त्ययोरेव <i>Antyayoreva</i>
3. ऊर्ध्वंतिर्यग्भ्याम् <i>Ūrdhva-tiryagbhyām</i>	11. व्यष्टिसमष्टिः <i>Vyaṣṭisamaṣṭiḥ</i>	3. आद्यमाद्ये नान्त्यमन्त्येन <i>Ādyamādyenāntya-mantye-na</i>	10. समुच्चयगुणितः <i>Samuccayaguṇitaḥ</i>
4. परावर्त्यं योजयेत् <i>Parāvartya Yojayet</i>	12. शेषाभ्यङ्केन चरमेण <i>Śeṣābhyāṅkenā Carameṇa</i>	4. केवलैः सप्तकं गुण्यात् <i>Kevalaiḥ Sapṭakaṃ Guṇyāt</i>	11. लोपस्थापनाभ्याम् <i>Lopasthāpanābhyām</i>
5. शून्यं साम्यसमुच्चये <i>Śūnyaṃ Sāmyasamuccaye</i>	13. सोपान्त्यद्वयमन्त्यम् <i>Sopāntyadvayamantyaṃ</i>	5. वेष्टनम् <i>Veṣṭanam</i>	12. विलोकनम् <i>Vilokanam</i>
6. (आनुरूप्ये) शून्यमन्यत् <i>(Anurūpye) Śūnyamanyat</i>	14. एकन्यूनेन पूर्वेषु <i>Ekanyūṇena Pūrveṣu</i>	6. यावदूनं तावदूनम् <i>Yāvadūnaṃ Tāvadūnaṃ</i>	13. गुणितसमुच्चयः समुच्चयगुणितः <i>Gunitasamuccayaḥ Samuccayaguṇitaḥ</i>
7. संकलनव्यवकलनाभ्याम् <i>Saṅkalana-vyavakalanābhyām</i> (also a corollary)	15. गुणितसमुच्चयः <i>Guṇitasamuccayaḥ</i>	7. यावदूनं तावदूनोक्त्यर्गं च योजयेत् <i>Yāvadūnaṃ Tāvadūnikṛtya Vargaṅcā Yojayet</i>	
8. पूरणापूरणाभ्याम् <i>Pūraṇāpūraṇābhyām</i>	16. गुणकसमुच्चयः <i>Guṇakasamuccayaḥ</i>		

SUTRA		MEANING
1	Ekadhikina Purvena COROLLARY: Anurupyena	By one more than the previous one
2	Nikhilam Navatashcaramam Dashatah COROLLARY: Sisyate Sesasamjnah	All from 9 and the last from 10
3	Urdhva-Tiryagbhyam COR: Adyamadenantyamantyena	Vertically and crosswise
4	Paraavartya Yojayet COR: Kevalah Saptakam Gnyat	Transpose and adjust
5	Shunyam Saamyasamuccaye COROLLARY: Vestanam	When the sum is the same that sum is zero.
6	(Anurupy) Shunyamanyat COROLLARY: Yavadunam Tavadunam	If one is in ratio, the other is zero
7	Sankalana-vyavakalanabhyam COR: Yavadunam Tavadunikritya Varga Yojayet	By addition and by subtraction
8	Puranapuranaabhyam COROLLARY: Antyayordashakepi	By the completion or non-completion

9	Chalana-Kalanabyham COROLLARY: Antyayoreva	Differences and Similarities
10	Yaavadunam COROLLARY: Samuccayaunitah	Whatever the extent of its deficiency
11	Vyashtisamanstih COROLLARY: Lopanstapanabhyam	Part and Whole
12	Shesanyakena Charamena COROLLARY: Vilokanam	The remainders by the last digit
13	Sopaantyadvayamantyam COR: Gunitasamuccayah Samuccayaunitah	The ultimate and twice the penultimate
14	Ekanyunena Purvena COROLLARY: Dhvajanka	By one less than the previous one
15	Gunitasamuchyah COROLLARY: Dwandwa Yoga	The product of the sum is equal to the sum of the product
16	Gunakasamuchyah	The factors of the sum is equal to the sum of the factors

Dobrobiti vedске математике

- Pобољшава логичко размишљање
- Повећава брзину рачунања
- Развива креативност
- ...

Množenje

- Ono što je još bitno napomenuti je da kad se brojevi množe pišu se jedan ispod drugoga (ako ih je uopće i potrebno pisati)
- I u rezultatu se računa znamenka po znamenka prva znamenka (ili prve dvije ili tri znamenke) ili **lijevi** dio odgovora i **desni** dio odgovora ili druga znamenka (ili zadnje dvije ili tri znamenke)
- **Komplement**
od 10, 100, 1000, od 10 000 itd.
→ Svi do 9, zadnji do 10.
- *Komplement broja **7** je broj **3** → **10-7** ili (3 do 10)*
- *komplement od broja **87** je broj **13** → **100-87** ili (1 do 9, 3 do 10);*

- Primjeri ... dajte nam primjere ...
PRIMJERI!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

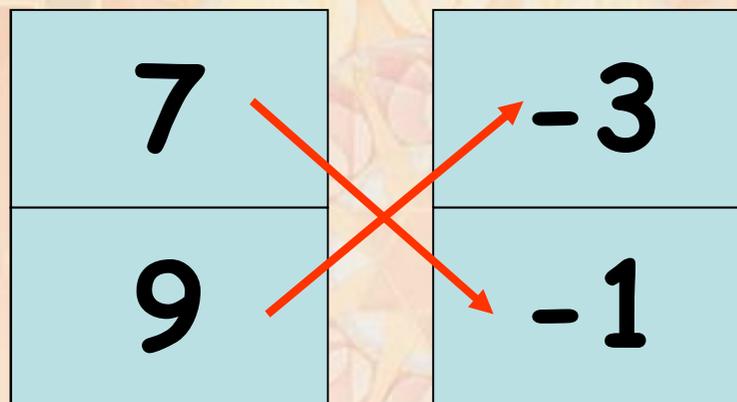


- **MNOŽENJE BROJEVA**
Brojevi blizu baze (10, 100, 1000, ...)

MNOŽENJE ($7 \cdot 9$), baza 10

Brojevi koji se množe,
faktori

Broj koji označava koliko
faktoru treba do 10.
Znak minus zato jer su
manji od 10



63

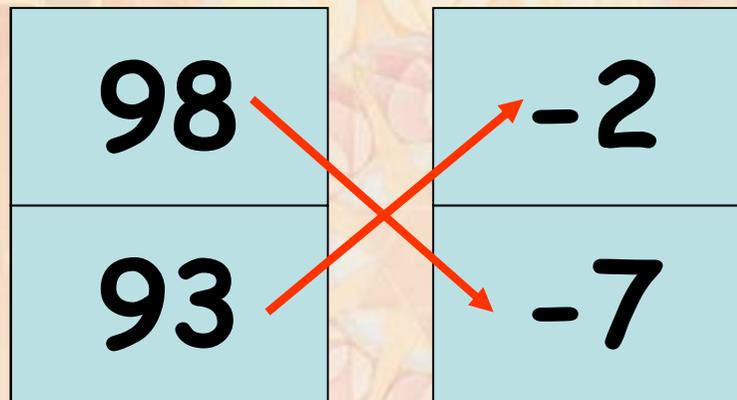
Lijevi dio izračunavamo
tako što računamo,
oduzimamo (dijagonalno)
 $7 - 1 = 6$ ili $9 - 3 = 6$

A desni dio tako što
pomnožimo $3 \cdot 1 = 3$,
Odnosno $(-3) \cdot (-1) = 3$

$98 * 93$ (baza 100)

Faktori

Broj koji označava koliko faktoru treba do 100. (njegov komplement od 100)



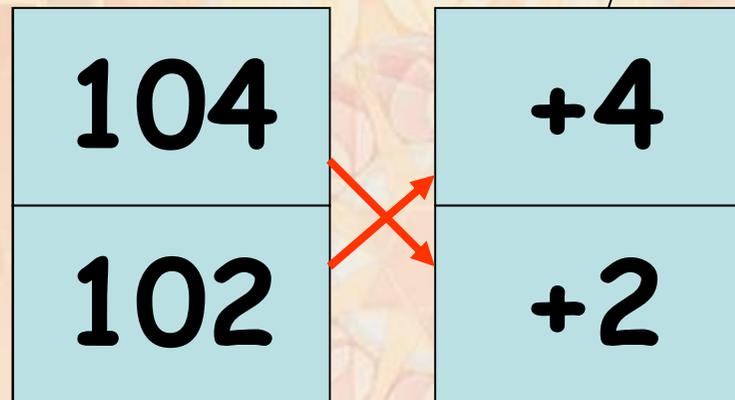
91 14

oduzimamo (dijagonalno)
98-7 ili 93-2

Množimo $(-2) * (-7)$

$104 * 102$ (baza 100)

Broj koji označava koliko je faktor veći od 100.

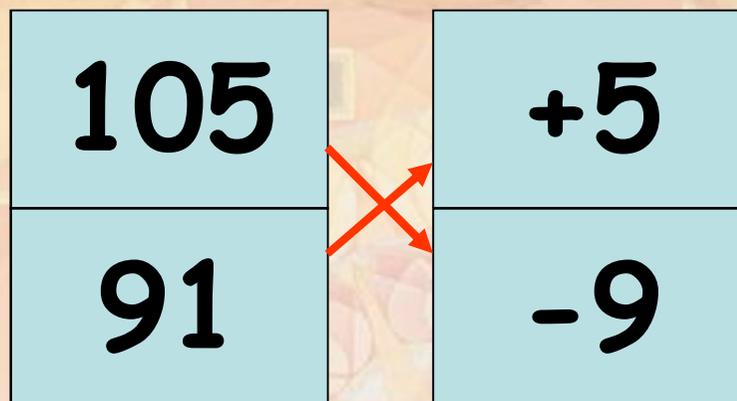


106 08

ZBRAJMO (dijagonalno)
104+2 ili 102+4

Množimo 4*2,
ali zbog baze 100
pišemo 08

$105 \cdot 91$ (baza 100)



RAČUNAMO
(dijagonalno)
 $105 - 9$ ili $91 + 5$

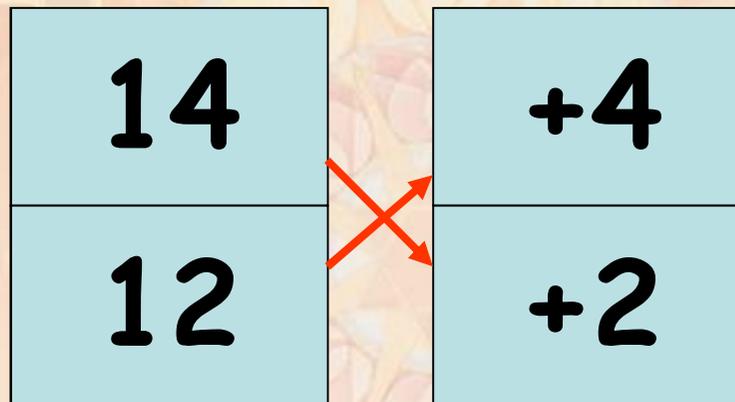
96	<u>45</u>
-1	$100 - 45$
95	55

Množimo $5 \cdot (-9)$
 $= -45$

Komplement od 45 i
jedan manje ($96 - 1$)

$14 * 12$ (baza 10)

Broj koji označava koliko je faktor veći od 10.

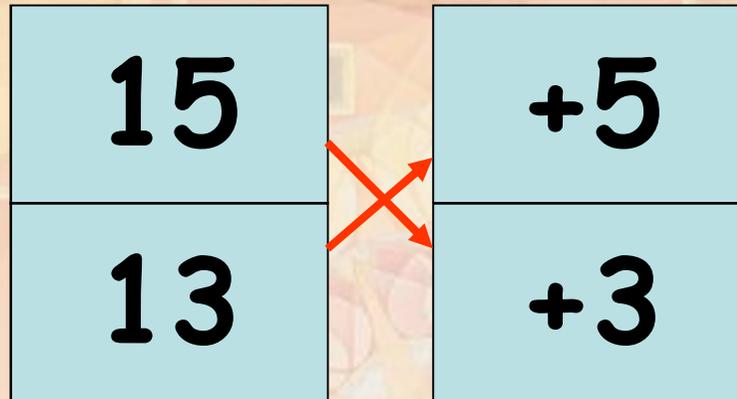


168

ZBRAJMO (dijagonalno)
14+2 ili 12+4

Množimo $4 * 2$

$15 * 13$ (baza 10)



ZBRAJMO
(dijagonalno)
 $15+3$ ili $13+5$

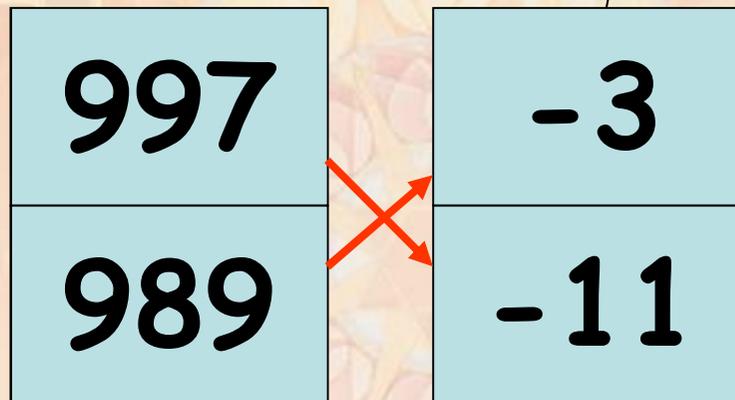
$$\begin{array}{r} 18 5 \\ + 19 5 \\ \hline 195 \end{array}$$

Množimo $5*3$,
ali desetice
"pamtimo"
zbog baze 10

Dodajemo
desetice

$997 * 989$ (baza 1000)

Broj koji označava koliko je faktor veći ili manji od 1000.



Nije teško,
zar ne!?



986 033

RAČUNAMO (dijagonalno)
997-11 ili 989-3

Množimo $(-3) * (-11) = 33$
ali zbog baze 1000
pišemo 033

Množenje s 11

- Pomnožiti broj s 11 nije problem niti uobičajenim načinom, međutim možemo to napraviti još brže i napamet, ako uočimo neke pravilnosti.

2	8	6
---	---	---

- $26 * 11 = 286$
- → prva znamenka - prepíšemo 2
- → treća znamenka - samo prepíšemo 6
- → drugu znamenku dobijemo tako što zbrojimo prvu i drugu znamenku ($2+6=8$)
- → i rješenje je 286

7	3	7
---	---	---

- 67*11
- → Prvu znamenku prepíšemo; 6
- → drugu znamenku prepíšemo; 7
- → zbrojimo prvu s drugom; $6+7=13$) (međutim nama treba samo jedna znamenka)
- → U ovom slučaju ćemo ovako napisati (razmišljati) $6\ 13\ 7$ i ovaj jedan pribrojiti prethodnoj znamenci 6. ($6+1=7$)
- → Rješenje je: 737

2	8	2	7
---	---	---	---

- $257 \cdot 11$
 - prva znamenka; prepíšemo 2
 - druga znamenka; zbrojimo prve dvije; $2+5=7$
 - treća znamenka; zbrojimo drugu i treću; $5+7=12$)
 - četvrta znamenka; prepíšemo 7
 - Rješenje je 27_127 ; odnosno 2827

Množenje s 9

- $26 \cdot 9 = \dots$
- \rightarrow prvo računamo $2+1=3$ (prva znamenka plus 1)
- \rightarrow zatim $26-3=23$ (cijeli dvoznamenkasti broj minus prva znamenka plus 1)
- \rightarrow i **23** je prvi dio rješenja
- \rightarrow zadnji dio rješenja dobijemo tako što napišemo komplement od 6, a to je **4**
- \rightarrow rješenje je dakle **234**

2	6	
	-3	
2	3	—
2	3	4

• 148*9

→ $14+1=15$ (ako je broj troznamenkasti onda računamo prve dvije znamenke plus 1)

→ $148-15=133$ (cijeli broj minus 15)

→ komplement od 8 je 2

→ rješenje je 1332

148

-15

133

1332

MNOŽENJE KADA ZADNJE ZNAMENKE OBA FAKTORA ZBROJENE DAJU 10 (u istoj desetici)

- 24*26
 - Vidimo da nam zadnje znamenke zbrojene daju 10 ($4+6=10$)
 - → Računamo ovako $2*(2+1) = 2*3 = 6$ (Množimo prvu znamenku s većom za jedan)
 - drugi dio rješenja; $4*6=24$ (Množimo zadnje znamenke)
 - → Rješenje je: 624



- 117*113
- (U slučaju troznamenkastog broja uzimamo prve dvije znamenke i množimo s većom za 1)
- → prvi dio rješenja; $11*12=132$
- → drugi dio rješenja; $7*3=21$
- → Rješenje je; 13221

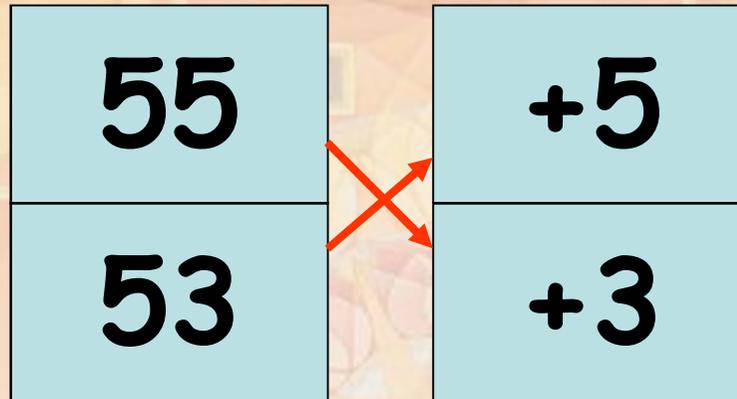


Kvadrati brojeva koji završavaju s 5

- npr. 75×75

56	25
-----------	-----------

$55 * 58$ (baza 50 \rightarrow 100/2)



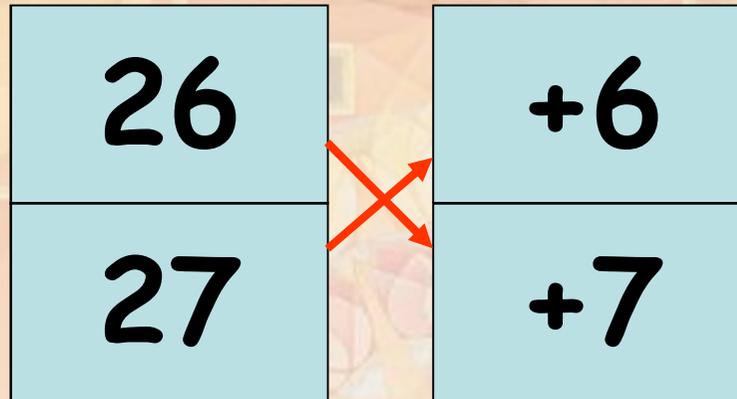
RAČUNAMO
(dijagonalno)

Množimo

$$\begin{array}{r} 58/2 \ 15 \\ 29 \ 15 \end{array}$$

Zbog baze 50
(100/2)
dijelimo s 2

$$26 * 27 \text{ (baza } 20 \rightarrow 10 * 2)$$



RAČUNAMO
(dijagonalno)

Zbog baze 20
($10 * 2$)
množimo s 2

$$33 * 2 \quad 4^2$$

$$66 \quad 4^2$$

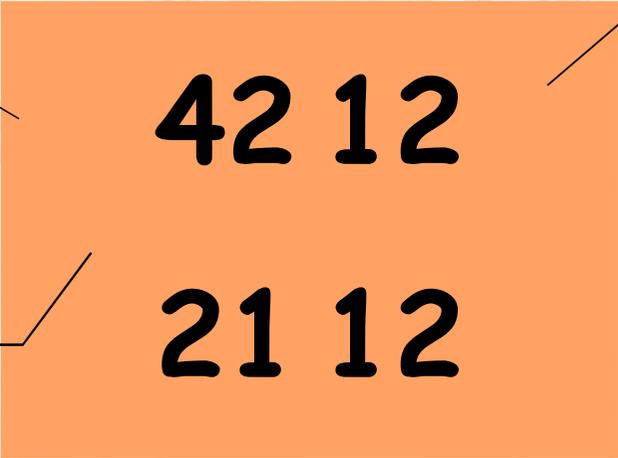
$$70 \quad 2$$

Množimo
(zbog baze $10 * 2$
"pamtimo" 4)

$44 * 48$ (baza 50 \rightarrow 100/2)



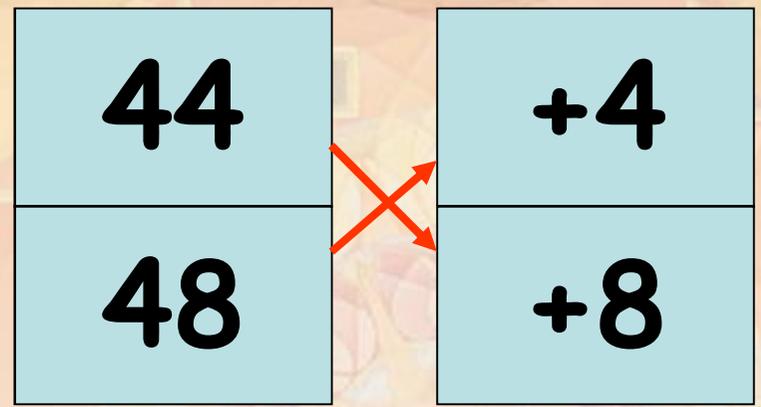
RAČUNAMO
(dijagonalno)



Množimo

Zbog baze 50
(100/2)
dijelimo s 2

ili $44 \cdot 48$ (baza 40 \rightarrow $10 \cdot 4$)



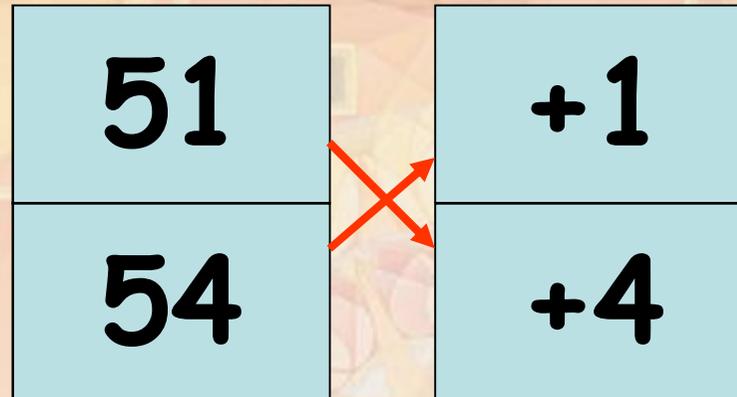
RAČUNAMO
(dijagonalno)

Zbog baze 40
($10 \cdot 4$)
množimo s 4

$52_3 2$
 $208_3 2$
 $211 2$

Množimo
(zbog baze $10 \cdot 4$
"pamtimo" 4)

$$51 * 54 \text{ (baza } 50 \rightarrow 100/2)$$



RAČUNAMO
(dijagonalno)

27_{1/2} 04

Množimo

Zbog baze 50
(100/2)
dijelimo s 2

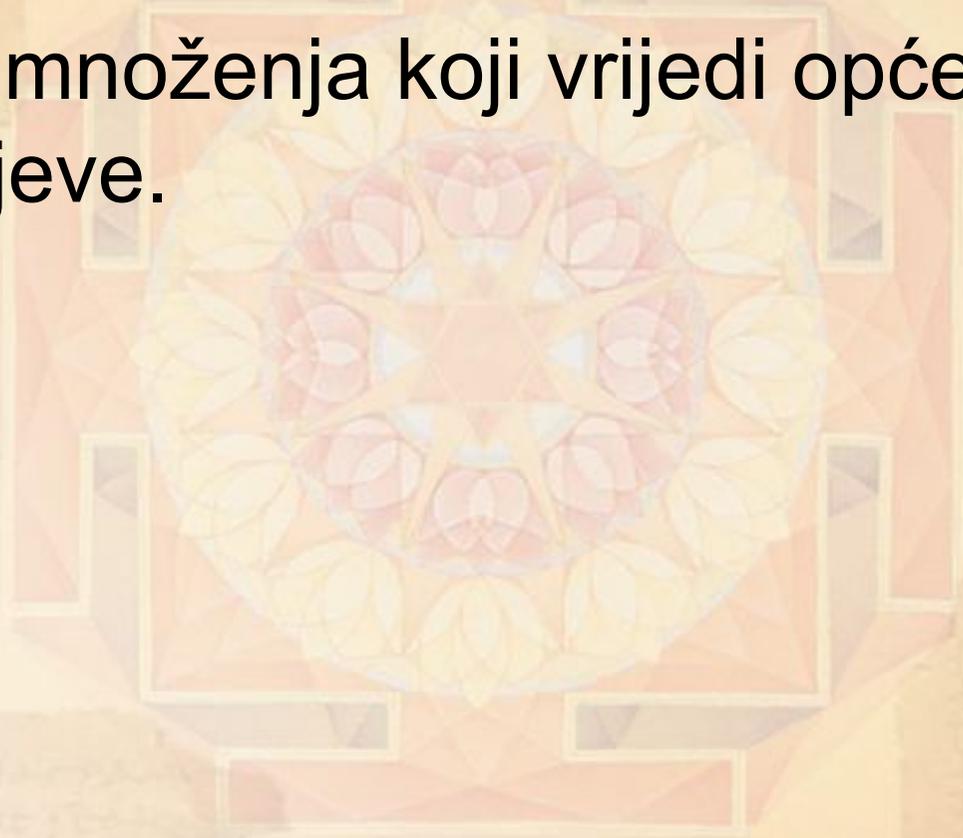
27 54

Zbog baze 50
dodamo 50

Množenje

VERTIKALNO I DIJAGONALNO

- Primjer množenja koji vrijedi općenito za sve brojeve.



2 4

3 3

2×3

$4 \times 3 + 2 \times 3$

4×3

6

1 8

1 2

7 9 2

- ovo je bio, samo mali dio vedske matematike postoji još i ...
- Oduzimanje, dijeljenje, razlomci, jednačbe, ..
- Svašta zanimljivo pa tko želi znati više...
- **više o svemu na web stranicama:**
- <http://hinduism.about.com/od/vedicmaths/>
- <http://www.learn-and-teach-vedic-mathematics.com/>
- <http://www.vedicmaths.org/>
- <http://www.jainmathemagics.com/>
- **ili u knjigama:**
- Sri Bharati Krishna Tirtha Maharaj, (1965.), *Vedic Mathematics or sixteen simple mathematical formulae form Vedas*, Delhi
- J.T.Glover, (2005.), *Vedic mathematic for schools - book (1),(2),(3)*, Delhi

Hvala na pažnji,
i nadam se da
vam je bilo
zanimljivo!



Damir Belavić

Ako imate kakvih pitanja, komentara i sl. pišite na e-mail:
dbelavic@gmail.com